Fisica Generale – Ingegneria Civile e Gestionale, Repubblica di San Marino

Esame del 27/6/2017

Esercizio 1. Un punto materiale P si muove di moto circolare uniforme compiendo cinque giri completi in tre secondi.

a) Calcolare la velocità angolare ω_0, il periodo T e la frequenza F del moto

b) Scrivere la legge oraria $\theta(t)$ del moto

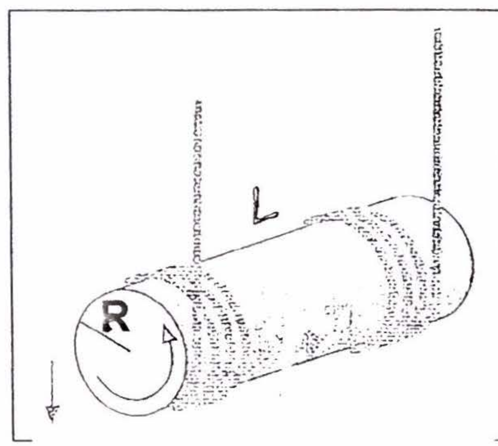
c) Calcolare il valore dell'angolo θ descritto dal punto P all'istante di tempo t=0.2 s

Esercizio 2. Una barra di Allumiio (densità $\rho_{Al} = 2.70 \cdot 10^3$ kg/m^3) ha la forma di un cilindro pieno di raggio R=3 cm e lunghezza L= 50 cm, massa M e momento di inerzia $I=(1/2)\cdot M\cdot R^2$. Due corde di massa trascurabile sono avvolte attorno a ciascuna delle esttremità del cilindro e sono fissate a due ganci al soffitto. Il cilindro viene mantenuto inizialmente in posizione orizzontale con le due corde verticali che si trovano ad una distanza reciproca pari alla lunghezza L del cilindro. Poi il cilindro viene abbandonato iniziando a srotolarsi dalle due corde, cadendo verso il basso e mantenendo il suo allineamento orizzontale. Calcolare:

a) la tensione T delle due corde

b) l'accelerazione lineare con cui il cilindro cade verso il basso il cilindro

c) la reazione vincolare di ciascun gancio



Esercizio 3. Una molla di costante elastica k=0.7 N/m è posta su un piano orizzontale e vincolata in una delle sue estremità mentre all'altra estremità, lasciata libera, viene attaccata una massa puntiforme m=40 g. Al sistema massa-molla viene applicata una forza impulsiva che la mette in oscillazione orizzontale, poi il sistema massa-molla viene lasciato libero di oscillare senza attrito sul piano orizzontale. All'istante $t_o = 0$ la massa si sta muovendo con velocità v_o =0.2 m/s nel verso opposto a quello della forza di richiamo elastica esercitata dalla molla e, sempre all'istante $t_o = 0$, la massa si trova nella posizione x_o =8 cm dal punto di equilibrio. Calcolare:

a) Periodo T e frequenza F di oscillazione della massa

b) L'energia totale E_{tot} del sistema massa molla

c) L'ampiezza A dell'oscillazione

Fisica Generale – Ingegneria Civile e Gestionale, Repubblica di San Marino

Esame del 12/6/2017

Teoria

Domanda 1.

a) Dare la definizione di lavoro di una forza nel caso generale e nel caso di forze conservative

b) Dare la definizione di energia cinetica ed enunciare e commentare il teorema dell'energia cinetica

c) Dare la definizione di energia potenziale associata a forze conservative

d) Ricavare e commentare il principio di conservazione dell'energia meccanica totale sia in assenza sia in presenza di forze non conservative

Domanda 2.

a) Dare le definizioni di momento meccanico di una forza, momento angolare e momento di inerzia di un sistema di particelle

b) Enunciare e commentare il teorema del momento angolare e alcune sue applicazioni ai sistemi di particelle

c) Scrivere e commentare le equazioni cardinali di un sistema di particelle

ES1 a)

Un giro completo corrisponde ad un angolo in radianti di 2π, 5 giri corrispondono a $\Delta\theta = 5 \cdot 2\pi$ (in radianti)

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 2\pi}{3\,s} = 10{,}5\ \frac{rad}{s}$$

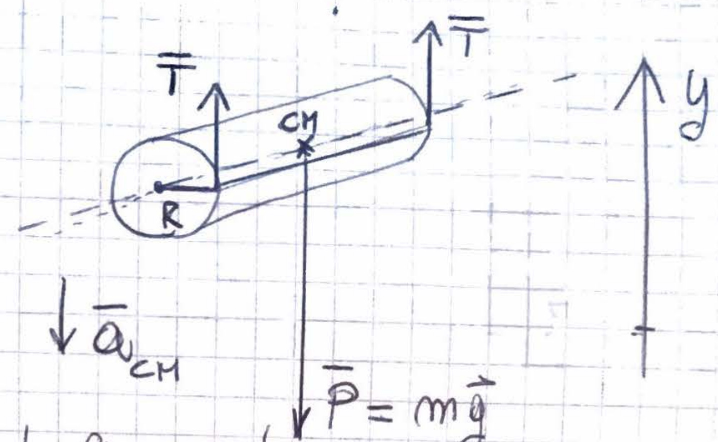
$$T = \frac{\text{tempo impiegato}}{\text{n° di giri}} = \frac{3\,s}{5} = 0{,}6\ s$$

$$F = \frac{1}{T} = 1{,}7\ Hz$$

b) $\theta(t) = \omega_0 t = \left(10{,}5\ \frac{rad}{s}\right) \cdot t$

c) $\theta(t=0{,}2) = \left(10{,}5\ \frac{rad}{s}\right)(0{,}2\,s) = 2{,}1\ rad$

ES 2



Nel sist. Rif. y scelto:
$\vec{T} > 0$, a_{CM} e $P < 0$

- Il centro di massa (CM) del cilindro trasla accelerando linearmente con accel. a_{CM} verso il basso → 2ª Legge dinam. TRASLAZ.
- Il cilindro ruota attorno all'asse principale per CM → 2ª Legge dinam. ROTAZ. con MOMENTO MECC. ROT. dovuto solo alle due tensioni (perché P ha braccio nullo rispetto all'asse di rotazione) e con ACCEL. ANGOLARE α con $\alpha = (a_{CM})/R$

$$\begin{cases} 2T - mg = -m a_{CM} \\ 2TR = I\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{m}{2}(g - a_{CM}) & (i) \\ 2TR = I\dfrac{a_{CM}}{R} & (ii) \end{cases}$$

Sostituendo la (i) nella (ii) si ricava:

(b) $$\boxed{a_{CM} = \frac{2}{3}g = 6{,}5\ \frac{m}{s^2}}$$

cioè il CM cade con $\boxed{a_{CM} < g}$ perché l'EN POT gravitazionale si trasforma sia in EN CIN TRASLAZ. che di ROTAZIONE.

Sostituendo il valore di a_{CM} nella (i) e prendendo $m = d \cdot V = d\pi R^2 L$ come massa nel ... si ricava il valore di T:

(a) $$T = \frac{m}{2}(g - a_{CM}) = \frac{m}{2}\left(g - \frac{2}{3}g\right) = \frac{1}{6}mg$$

DA QUI SI VEDE CHE LA TENSIONE È $\frac{1}{6}$ DEL PESO.

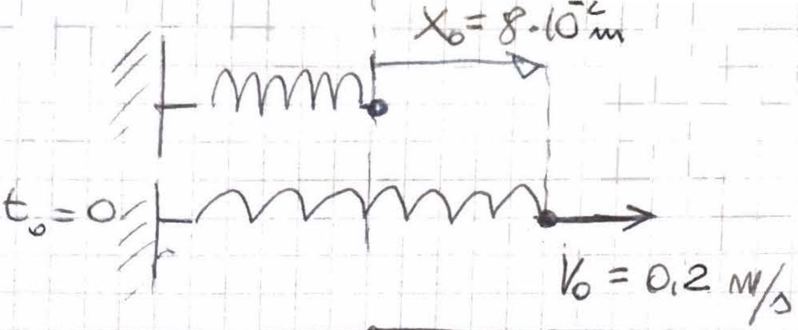
$$T = \frac{1}{6}(d\pi R^2 L)g = 6{,}2\ N$$

(SE IL CILINDRO FOSSE FERMO SAREBBE: $T = \frac{1}{2}$ PESO)

(c) Reazione vincolare su ciascun gancio è $N = -T = -6{,}2\ N$

(ciascun gancio è sottoposto ad una trazione 3 volte MINORE di quella che si avrebbe se il cilindro fosse appeso e fermo)

ES 3



a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{40\cdot10^{-3}\,kg}{7\cdot10^{-1}\,N/m}} = 1,5\ s$

$F = \frac{1}{T} = 0,67\ Hz$

b) All'istante $t_0=0$ si ha sia E_{KIN} che E_{pot} !

$E_{TOT} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} m V_0^2 + \frac{1}{2} K x_0^2$

$= \frac{1}{2}(40\cdot10^{-3}\,kg)(0,2\,\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(0,7\,\frac{N}{m})(8\cdot10^{-2}\,m)^2 =$

$\simeq 3\cdot10^{-3}\,J = 3\,mJ$

c) L'EN TOT. si conserva per la Forza Elastica che governa il moto oscillatorio del sistema massa-molla. Quindi, nel punto di MAX elongazione la deformazione è x = Ampiezza del moto e si avrà $E_{TOT} = E_{pot}$! Cioè

$E_{TOT} = \frac{1}{2} K A^2 = 3\cdot10^{-3}\,J$

$\Rightarrow \quad A = \sqrt{\frac{2E_{TOT}}{K}} = \sqrt{\frac{2(3\cdot10^{-3}\,J)}{0,7\,N/m}} = 9,3\cdot10^{-2}\,m = 9,3\,cm$